

# Materia matematica

Anno scolastico 2015/2016

Docente prof.ssa Enza Vigliocco

## Finalità

Il corso di matematica della classe quinta si propone di:

- concorrere, insieme alle altre discipline, al processo di crescita culturale dell'allievo e al completamento della sua formazione generale, attraverso lo svolgimento di unità didattiche conclusive o complementari rispetto a quelle affrontate negli anni precedenti;
- contribuire, mediante il potenziamento delle capacità logiche e razionali, all'acquisizione di un "sapere" non puramente nozionistico, ma il più possibile critico e consapevole;
- portare a compimento il processo di astrazione e formalizzazione avviato nel corso del triennio;
- fornire strumenti specifici essenziali per la comprensione delle discipline scientifiche;
- permettere all'allievo di conseguire una preparazione adeguata per poter affrontare con profitto corsi di studi superiori.

## Obiettivi di apprendimento

Gli obiettivi che lo studente, alla fine del corso, dovrà raggiungere sono:

- a) In termini di **CONOSCENZA**:
  - conoscere il concetto di funzione, di limite, di derivata di una funzione
  - conoscere i principali teoremi del calcolo infinitesimale, differenziale e integrale
- b) In termini di **COMPETENZA**:
  - saper sviluppare dimostrazioni all'interno di sistemi assiomatici noti
  - saper applicare gli strumenti dell'analisi matematica per rappresentare un grafico di una funzione
  - saper risolvere semplici problemi di massimo o minimo
  - saper calcolare aree di figure curvilinee o volumi di solidi di rotazione
  - utilizzare in modo consapevole il simbolismo matematico e sapersi esprimere correttamente nel linguaggio specifico
- c) In termini di **CAPACITA'**:
  - utilizzare gli strumenti della matematica per affrontare e risolvere problemi in vari ambiti disciplinari (fisica)
  - individuare un modello matematico per lo studio di fenomeni complessi
  - acquisire un proprio metodo di studio e di lavoro per comprendere quando e come acquisire nuove competenze

## Metodologia di lavoro

Partendo da un approccio intuitivo ai problemi, si darà una sistemazione teorica sempre più rigorosa della disciplina, attraverso successivi processi di astrazione e generalizzazione.

La lezione frontale sarà lo strumento di lavoro prevalente nella fase di sistemazione teorica dei contenuti, mentre il lavoro individuale o di gruppo sarà utilizzato soprattutto nella fase di ricerca e di risoluzione dei problemi.

Si cercherà di stimolare la partecipazione attiva degli allievi e di prendere spunto dai loro interessi personali per approfondire argomenti o per sviluppare agganci con le altre materie (in particolare fisica).

## **Criteri di valutazione**

Il voto numerico che verrà assegnato all'allievo al termine di ogni quadrimestre sarà l'espressione sintetica di un giudizio alla cui formulazione concorrono:

- la preparazione di base e il percorso compiuto
- la conoscenza dei contenuti, sia in termini quantitativi che qualitativi
- l'esposizione scritta e orale con particolare attenzione all'uso della terminologia specifica e del formalismo matematico
- il possesso di strumenti operativi e di tecniche specifiche di calcolo
- l'acquisizione, a vari livelli, del metodo ipotetico-deduttivo
- la capacità di effettuare sintesi e collegamenti, sfruttando adeguatamente sia le doti intuitive che quelle razionali.

## **Strumenti di verifica**

Il controllo dell'apprendimento sarà affidato a frequenti verifiche, sia scritte che orali: mediante le prime ci si propone di evidenziare l'acquisizione di strumenti operativi e la capacità di applicare in modo sempre più autonomo le conoscenze e le tecniche apprese alla soluzione di problemi; mediante le seconde si valuteranno le capacità di svolgere autonomamente ragionamenti deduttivi corretti, almeno in situazioni note, la capacità di rielaborare in modo logicamente coerente le conoscenze acquisite, la capacità di astrazione e generalizzazione, l'uso del linguaggio specifico e del formalismo matematico.

## **Strumenti didattici**

- lezione frontale
- lezione dialogata
- libro di testo
- fotocopie
- strumenti multimediali

## **Contenuti**

### **Geometria**

- Coordinate cartesiane nello spazio.
- Distanza tra due punti nello spazio.
- Fasci e stelle di piani nello spazio.
- Equazione cartesiana di un piano nello spazio.
- Equazioni cartesiane e parametriche di una retta nello spazio.
- Mutue posizioni fra due piani e fra un piano e una retta nello spazio: condizioni di parallelismo, incidenza, perpendicolarità.
- Mutua posizione di due rette nello spazio.
- Equazione di una sfera.
- Mutue posizioni tra un piano e una sfera, fra una retta e una sfera, tra due sfere.
- Prodotto vettoriale di due vettori

## Funzioni e limiti

- Limiti di successioni e funzioni a valori in  $\mathbb{R}$ .
- Forme indeterminate
- Teorema del confronto; limite della somma, del prodotto e del quoziente di due funzioni. Limite della composizione e dell'inversa
- Successioni e funzioni crescenti o decrescenti e loro limiti.
- Definizione e approssimazioni dei numeri  $\pi$  ed  $e$ .
- Esempi notevoli di limiti di successioni e di funzioni
- Infiniti e infinitesimi
- Asintoti
- Funzioni continue.
- Teoremi sulle funzioni continue
- Punti di discontinuità e loro classificazione

## Derivata di una funzione

- Definizione di derivata di una funzione in un punto come limite del rapporto incrementale.
- Derivate fondamentali
- I teoremi sul calcolo delle derivate
- Interpretazioni geometriche e fisiche della derivata. Retta tangente al grafico di una funzione in un punto. La velocità come derivata dello spazio percorso in funzione del tempo.
- Derivata della somma, del prodotto, del quoziente, della composizione di due funzioni derivabili. Derivata dell'inversa di una funzione derivabile. Teoremi del calcolo differenziale. Continuità e derivabilità di una funzione in un punto e in un intervallo. Relazione fra derivabilità e continuità di una funzione in un punto.
- La funzione derivata. Derivate di ordine superiore.
- Differenziale e suo significato geometrico. Teoremi di Rolle, Cauchy, Lagrange e De l'Hopital .
- Applicazione delle derivate allo studio di funzione.

## Studio di funzione

- Richiami sulla determinazione del campo di esistenza, del segno e degli asintoti di una funzione.
- Andamento qualitativo del grafico della derivata noto il grafico di una funzione e viceversa
- Massimi e minimi relativi, teoremi e regole per la loro determinazione. Concavità e flessi, teoremi e regole per la loro determinazione. Punti critici
- Studio del grafico di funzioni algebriche e trascendenti.
- Massimi e minimi assoluti. Semplici problemi di massimo e minimo.

## Gli integrali

- Calcolo di una radice approssimata di un'equazione algebrica con il metodo di bisezione e con il metodo delle tangenti (di Newton).
- Nozione di integrale definito di una funzione in un intervallo. Esempi di stima del suo valore mediante un processo di approssimazione basato sulla definizione, con il metodo dei rettangoli, con il metodo dei trapezi.
- Interpretazione dell'integrale definito di una funzione come area con segno dell'insieme di punti del piano compreso fra il suo grafico e l'asse delle ascisse.
- Teorema della media integrale e suo significato geometrico.
- Lunghezza della circonferenza, area del cerchio.
- Espressione per mezzo di integrali dell'area di insiemi di punti del piano compresi tra due grafici di funzione.

- Principio di Cavalieri e sue applicazioni per il calcolo di volumi di solidi e di aree di superficie (prisma, parallelepipedo, piramide, solidi di rotazione: cilindro, cono e sfera).
- Calcolo del volume di solidi (ad es. di rotazione) come integrale delle aree delle sezioni effettuate con piani ortogonali a una direzione fissata.
- Primitiva di una funzione e nozione d'integrale indefinito.
- Primitive delle funzioni elementari.
- Teorema fondamentale del calcolo integrale. Calcolo di un integrale definito di una funzione di cui si conosce una primitiva.
- Primitive delle funzioni polinomiali intere e di alcune funzioni razionali.
- Integrazione per sostituzione e per parti.

### **Le equazioni differenziali**

- Concetto di equazione differenziale e sua utilizzazione per la descrizione e modellizzazione di fenomeni fisici o di altra natura.
- Equazioni differenziali del primo ordine a coefficienti costanti o che si risolvano mediante integrazioni elementari. Integrazione per separazione delle variabili.
- Risoluzione dell'equazione differenziale del 2° ordine che si ricava dalla II legge della dinamica.

### **Dati e previsioni**

- Alcune distribuzioni discrete di probabilità: distribuzione binomiale, distribuzione di Poisson e loro applicazioni.
- Variazione delle distribuzioni binomiale e di Poisson al variare dei loro parametri.
- Variabili aleatorie continue e loro distribuzioni: distribuzione normale e sue applicazioni.
- Operazione di standardizzazione: sua importanza nel confronto e studio di distribuzioni statistiche e di probabilità e per l'utilizzo in modo corretto delle tavole della distribuzione normale standardizzata (della densità e della funzione di ripartizione).
- Definizione e interpretazione di valore atteso, varianza e deviazione standard di una variabile aleatoria

Libro di testo: M. BERGAMINI, A. TRIFONE, *Matematica.blu 2.0*, Zanichelli, Bologna 2014, vol 5

*Prof.ssa Vigliocco Enza*